Revista Mova | Vol. 1 | No. 1 | pp. 67-83
julio-diciembre | 2019 | ISSN: 2711-0184 | Medellín- Colombia

Resignificación de los conceptos geométricos en los poliedros platónicos a través de la modelación: el hexaedro

Pablo Andrés Carmona Botero*
Paola Andrea Correa Villa**

Resumen

Se presenta la construcción del conocimiento matemático a través de la modelación como práctica social que ayuda a la resignificación de los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos. Se incorpora el origami modular como herramienta en las prácticas de aula con estudiantes del grado quinto de básica primaria de la Institución Educativa José Eusebio Caro, a partir de la teoría socioepistemológica. Se utiliza como metodología la ingeniería didáctica de Artigue para el diseño y aplicación de actividades, cuyo análisis se sustenta en las prácticas de modelación de Arrieta y Díaz. Se concluye que efectivamente se dan procesos de resignificación de los conceptos geométricos, ya que se evidencia en los estudiantes una mayor comprensión de estos en las situaciones concretas de modelación y predicción, en las que vinculan el conocimiento matemático y geométrico de forma espontánea a sus contextos.

Palabras clave

Matemáticas, geometría, poliedros platónicos, origami modular.

* Magíster en Educación de la Universidad de Medellín. Docente de la Institución Educativa José Eusebio Caro. Medellín, Colombia. Correo electrónico: pacodim25@hotmail.com, orcid: https://orcid.org/0000-0003-3491-8357

** Magíster en Educación de la Universidad de Medellín. Docente de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento. Medellín, Colombia. Correo electrónico: paocorrea00@yahoo.es, orcid: https://orcid.org/0000-0003-1350-8228

Revista Mova | Vol. 1 | No. 1 | pp. 67-83
julio-diciembre | 2019 | ISSN: 2711-0184 | Medellín- Colombia

Cómo citar este artículo:
Carmona , P. y Correa, P. (2019). Resignificación de los conceptos geométricos en los poliedros platónicos a través de la modelación: el hexaedro. *Revista Mova, 1*(1), 67-83.

Recibido: 2019/24/04 / Aceptado: 2019/08/12

Resignification of Geometric Concepts in Platonic Polyeders Through Modeling: the Hexahedron

Abstract

This research presents the construction of mathematical knowledge through modeling as a social practice to generate resignification processes of geometric concepts related to platonic solids. Relying on socioepistemological theory, modular origami is included as a tool in classroom practices with students of the fifth grade of the elementary school at the José Eusebio Caro Educational Institution. Artigue's teaching engineering is used as research methodology and to design and apply the activities, whose analysis is based in Arrieta and Diaz's modeling practices. We conclude that resignification processes of geometric concepts effectively take place, since students demonstrate a better understanding in concrete situations involving modeling and predicting, and in which they spontaneously link mathematical and geometrical knowledge to their contexts.

Keywords

Mathematics, geometry, platonic solids, modular origami.

Received: 2019/24/04 / Accepted: 2019/08/12

Introducción

En el presente artículo se hace un recorrido por los referentes teóricos aportados por la teoría Socioepistemológica, en la cual reconocemos el valor de las prácticas de modelación y la inclusión del origami en la enseñanza de la matemática. Se definen los aspectos metodológicos y se hace una descripción paso a paso de los cuatro momentos en los que se desarrolla la investigación. Finalmente, se hace el análisis de los hallazgos y se retoman algunas evidencias del trabajo realizado por los estudiantes.

La matemática hace parte de la vida: la percibimos en las diferentes formas y figuras bidimensionales y tridimensionales que nos rodean, en las edificaciones, las estructuras de puentes, los medios gráficos publicitarios y los diferentes objetos del entorno. Esta relación con el mundo que habitamos despierta nuestro interés, ya que podemos relacionarla con el objeto matemático de estudio en esta investigación: los poliedros platónicos.

A pesar de la relación observada, notamos que en nuestras instituciones hay una escasa articulación del contexto en que viven los estudiantes con la geometría y la matemática que se enseña en el aula. En este hecho se sustenta la problemática de nuestra investigación. Para atenderla y transformar estas prácticas, encontramos en la Socioepistemología, una teoría desde la cual se plantea "la necesidad de realizar un rediseño del DME (Discurso Matemático Escolar) basado en las prácticas" (Morales, Mena, Vera y Rivera, 2012, p. 243). Para esta investigación nos centramos en fortalecer la dimensión didáctica y social de las prácticas de modelación y predicción, como medios para generar conocimiento y construir argumentos para resignificar conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos. En palabras de Arrieta (2003), "…en el ejercicio de ciertas prácticas sociales, usando herramientas, es donde aparecen, se estructuran y se movilizan, como argumento, ciertas nociones matemáticas" (p. 6). En consonancia con esto, el origami modular será la herramienta pedagógica para una matemática con funcionalidad, ya que su uso, además de ser una manera divertida de aprender, permite a través del doblado del papel la construcción de los poliedros platónicos para su exploración desde lo concreto, lo visual y lo analítico.

Guiados por la Socioepistemología y la modelación, tenemos claridad sobre el foco de nuestra investigación, la cual deja de lado los contenidos para centrarse en las prácticas sociales vivenciadas por los estudiantes y las interacciones con el entorno, el trabajo cooperativo y la herramienta pedagógica: el origami modular. Esta investigación se realizó con un enfoque cualitativo, siguiendo la ingeniería didáctica como metodología de investigación. El estudio de caso se desarrolló con 18 estudiantes de grado quinto de Básica Primaria de la I.E. José Eusebio Caro de Medellín.

Nuestra propuesta

El presente artículo describe el proceso investigativo que se desarrolló para la enseñanza-aprendizaje de los conceptos geométricos (área lateral, área total y volumen) en los poliedros platónicos a partir del origami modular en el grado quinto de Básica Primaria. A continuación exponemos las problemáticas identificadas que son el punto de partida para el planteamiento de nuestra propuesta.

Al interior de nuestro contexto hay falencias en la comprensión, producción, adquisición y difusión de dichos conceptos geométricos. Esto se debe a que en las prácticas de aula hay poco énfasis en su desarrollo y se usan planteamientos didácticos tradicionales que no permiten una articulación con la realidad ni tomar en cuenta los contextos que rodean al estudiante. A lo anterior se suma que, generalmente, en los talleres de clase y los libros de texto se usan representaciones planas para referirse a un poliedro platónico, en las cuales se le dificulta al estudiante identificar los lados, aristas y vértices del cuerpo geométrico, lo que hace que no se logre una abstracción mental adecuada que más adelante le permita poner este saber en funcionamiento y en contexto. Esta situación se ve reflejada en el bajo desempeño de los estudiantes en los resultados del componente Geométrico–Métrico de las pruebas SABER 2016 del grado quinto de Básica Primaria.

Al respecto, Bertel y Barboza (2014) señalan, desde sus experiencias, por qué los estudiantes no se apropian de los conceptos:

> (…) por la poca importancia que desde la enseñanza de la geometría se le da al proceso de conceptualizar y definir, lo cual se evidencia en las prácticas de enseñanza de corte transmisionista en las cuales el docente expone la definición y la relaciona con representaciones o ejemplos, limitando la posibilidad que el estudiante asuma un rol activo y constructivista. (p.596)

En este sentido, estos autores reconocen la necesidad de que el docente realice su planificación y orienten su clase de geometría, con la intención de favorecer en los estudiantes la construcción del concepto de geometría le dan relevancia al uso y construcción de materiales manipulables, al igual que al trabajo de grupo cooperativo. Rojas (2014) expresa que “La enseñanza de la geometría presenta dificultades didácticas, especialmente la metodología de aula que no contribuye a un verdadero aprendizaje, presentándose desmotivación y apatía estudiantil" (p. 1).

Sobre los poliedros Platónicos, Blanco (2009) manifiesta:

> Los estudiantes presentan serias dificultades con las representaciones visuales de los cuerpos poliédricos en el plano (por ejemplo: cubos o pirámides). Estas dificultades también se reflejan en actividades en las que deben poner en juego la visualización de propiedades geométricas de cuerpos representados o bien de cuerpos que deben imaginar. (p. 25)

Desde aquí sustentamos un fenómeno observado en algunos textos escolares, donde al hablar de poliedros platónicos usan representaciones planas como ilustraciones.

Lo anterior confirma la necesidad que hay de fortalecer desde la didáctica la integración del contexto y la articulación de prácticas situadas, concentrando la atención en el pensamiento métrico y espacial desde los primeros grados, y enseñando y aprendiendo los conceptos geométricos en los poliedros platónicos desde lo bidimensional hacia lo tridimensional y viceversa; y no en un solo sentido como generalmente se hace.

Para sustentar nuestra investigación y poder avanzar en la solución de la problemática presentada, nos apoyamos en la Teoría Socioepistemológica, enfocando la mirada en la Dimensión Didáctica del saber Matemático, en la cual existe la intención de que un conocimiento sea enseñado y aprendido. Esto involucra la inclusión del saber, el profesor, el alumno y el contexto en la construcción y resignificación de los conceptos geométricos en los poliedros platónicos.

Referente teórico

La Socioepistemología

Encontramos en la Socioepistemología un marco teórico que da importancia a las múltiples dimensiones que hacen parte del saber, incluyendo el contexto, los escenarios no escolares habitados y las diferentes formas de saber de los estudiantes. La no consideración de estas dimensiones es una falencia que se plantea como una de las problemáticas a intervenir en esta investigación. En consecuencia, pretendemos validar el hecho de traer al escenario académico la técnica del origami modular, la cual se desarrolla en escenarios no académicos pero que puede ser utilizada como una herramienta con intencionalidad. Además, desde la Socioepistemología pensamos que es funcional nuestra intervención con el origami modular para generar procesos de resignificación.

> La Socioepistemología tiene un aporte fundamental: Modela la construcción social de conocimiento matemático conjuntamente con su difusión institucional, esto es, modeliza las dinámicas de saber o conocimiento puesto en uso. (Cantoral, 2013, p. 97)

En este sentido, las prácticas de modelación serán las que construyan, reconstruyan, signifiquen y resignifiquen nuestro objeto matemático (poliedros platónicos). El "estudiante es entendido como sujeto individual o sujeto colectivo, al profesor como individuo o como institución escolar personificada y el aprendizaje como una práctica intencional normada, coloca en interacción al aprendiz con el entorno regulado y normado" (Cantoral, 2013, p. 142). Es decir, se modifica la idea de aprendizaje como adquisición para dar lugar al aprendizaje como "construcción social del conocimiento".

Desde la teoría se usa con frecuencia el término "resignificar" y es importante definirlo desde autores que investigan al respecto. Para Montiel y Buendía (2012), resignificar es el "proceso continuo de dar significado al saber matemático a través de sus usos, esto es, la significación que subyace a la actividad y no necesariamente al objeto matemático" (p. 64). Las autoras señalan que la resignificación es un proceso continuo y no solo una meta, y que, en consecuencia, las prácticas deben ser intencionalmente desarrolladas con el objetivo de favorecer una continua significación; los significados se ponen en uso y evolucionan. Para ello, es necesario revisar las prácticas, el diseño de actividades y de herramientas pedagógicas utilizadas. Es en este sentido que el diseño y puesta en marcha de esta investigación tiene la intención de proporcionar un contexto institucional en el que la modelación, "considerada como práctica social ejercida por los participantes del sistema didáctico" (Cantoral, 2013), permita la resignificación del conocimiento matemático en torno a los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos.

Cordero (2004, citado en Camacho, 2006), define la noción de resignificación como "el uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su función y su forma de acuerdo con lo que organiza el grupo humano" (p. 152). A partir de esta comprensión es que se vincula la modelación como practica social para orientar los "marcos de referencia", contenidos o currículos institucionales, los cuales de manera intencional, según el autor, deben estar compuestos por "significados, procedimientos, procesos y objetos que reflejan la posición procedimental de las prácticas sociales de manera sistémica en las cuatro dimensiones epistemológica, didáctica, cognitiva y social" (p. 152).

La modelación como práctica social

Las matemáticas forman parte de la cultura y la vida, y se guían por normativas específicas. De allí que las prácticas escolares enfocadas desde la Socioepistemología estén normadas por una práctica social. En ella se pueden evidenciar los mecanismos que norman y estructuran el aprendizaje, y que explican por qué hacemos lo que hacemos. Para el caso de esta investigación, la práctica que norma, y a través de la cual se pretenden generar procesos de resignificación de los conceptos geométricos en los poliedros platónicos, será la modelación.

> La Socioepistemología considera a las prácticas sociales como la base del conocimiento, en la medida en que son el sustento y la orientación para llevar a cabo una construcción social del conocimiento matemático. Asumiremos a la práctica social como normativa de la actividad humana. (Cantoral, 2013, p. 153)

La práctica está ligada a la actividad humana y desempeña un papel fundamental en la construcción social del conocimiento, en la cual debe prevalecer la intencionalidad de la acción para "significar". La Socioepistemología encuentra en la modelación como practica social un camino para promover interacciones que den sentido y significado a un conocimiento matemático escolar específico. A continuación, señalamos lo conceptualizado por varios autores, para entender desde allí nuestra propuesta.

> La Socioepistemología no considera a la Modelación como un contenido a enseñar o como un medio o herramienta para enseñar conceptos matemáticos. Aquella se interesa en 'la Modelación en Matemática Educativa como una práctica que se comparte y se ejerce en comunidades específicas y en contextos particulares y que al ser ejercida por estudiantes y profesores (actores del sistema didáctico) permite la Resignificación de conocimiento matemático'. (Pezoa y Morales, 2016, p. 57)

A través de las prácticas de modelación, en las que el trabajo en equipo y la construcción de saberes entre pares es fundamental, se genera la resignificación. En este sentido, Huincahue, Morales y Mena (2016) expresan:

> El estudiante al abordar una situación de Modelación, ve en forma natural que la matemática (construida entre un sujeto con otro, desde una comunidad) le permite

> abordar problemas concretos que tiene sentido para él, que puede discutir con su par, defender sus ideas inicialmente en un lenguaje y una lógica no necesariamente perteneciente al mundo de la matemática formal; pero que deberá desarrollar, precisar y convencer a sus compañeros. Logrará una dimensión de la matemática que la formación actual no está dando. (p. 463)

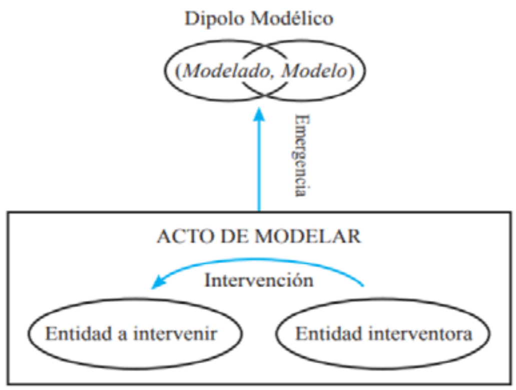
Morales y Rosas (2016) definen la modelación y la predicción como prácticas que "hacen emerger herramientas, procedimientos y propiedades matemáticas que se evidencian cuando los estudiantes describen el comportamiento de un fenómeno utilizando el conocimiento funcional que tienen previamente" (p. 258). Para Arrieta y Buendía (2003), "la predicción es un esquema argumentativo que permite construir una noción, por esquema se entienden, al resultado de una serie de actividades alrededor de la construcción del conocimiento y no a algo fijo o preestablecido" (p. 738).

Arrieta y Díaz (2015) definen la modelación como una práctica que articula lo modelado y el modelo, como se explica a continuación:

> La Modelación es, entonces, una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo Modelado, a partir del otro, llamado Modelo. La intervención sobre lo Modelado es diversa, por ejemplo, para la predicción, el diagnóstico y/o la evaluación.
> El ente se convierte en Modelo cuando el actor lo usa para intervenir en el otro ente, por lo que deviene en herramienta. Los entes matemáticos al Modelar, son herramientas. Desde esta perspectiva el Modelo no existe independiente de la actividad de quién Modela. (p. 35)

Lo anterior nos permite interpretar lo que los autores llaman "El acto de Modelar", que para nosotros es cuando el estudiante logra identificar, clasificar, analizar e incluso predecir posibles nuevos modelos a partir del modelo presentado. En el caso de nuestra investigación, el modelo es cada poliedro platónico plegado utilizando la técnica del origami modular, el cual, al ser utilizado por quien modela -es decir el estudiante- se convierte en un elemento para alcanzar lo Modelado. De esta forma se genera un escenario de modelación propicio para generar procesos de resignificación. En la Figura 1 se sintetiza "El acto de Modelar".

Figura 1. La modelación: el acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico



Fuente. Arrieta y Díaz, 2015, p. 36

> El modelo de un fenómeno es una herramienta usada para transformarlo. Un modelo es algo utilizado en sustitución de lo modelado, la manipulación del modelo nos permite entender y predecir el comportamiento del fenómeno, así como validar hipótesis y elaborar estrategias para la intervención. Un modelo es una herramienta para interpretar e intervenir en un contexto. (Arrieta, 2003, p. 6)

> Asimismo, Arrieta y Buendía (2003) exponen que El objeto en sí mismo no es herramienta, es herramienta hasta que el hombre lo utiliza con una intención, determinada no individualmente, sino socialmente…las herramientas adquieren un sentido propio como amplificadores de las capacidades humanas e instrumentos de la actividad del hombre. (p. 737)

Desde estos autores, adoptamos la modelación en nuestra investigación como una práctica social que, ejercida de manera intencional, permite la resignificación de conocimiento matemático, que en nuestro caso son los conceptos geométricos en los poliedros platónicos.

El origami modular

Royo (2002) manifiesta que el origami hace parte de la cultura y tradición Japonesa. Inicialmente fue un arte que en el siglo VII solo podía ser practicado y apreciado por las clases más altas, ya que el papel, material principal utilizado en el origami, era considerado un artículo de lujo en esa época. Posteriormente, durante los años 1603 a 1867, los árabes trajeron esta disciplina a Europa, y desde España se dio a conocer en América Latina. Es por ello que consideramos al origami como un saber popular que hace parte de una cultura y una tradición, y que actualmente se practica en diferentes contextos y escenarios con fines principalmente lúdicos y artísticos. Es un saber que se desarrolla en escenarios no académicos y que, desde la Socioepistemología, puede ser llevado al aula con fines académicos. Al respecto, Cantoral (2013) señala:

> La Socioepistemología, como sistema teórico para la investigación en Matemática Educativa se ocupa específicamente del problema que plantea la conformación del saber matemático. Es importante precisar que en este enfoque, asumimos la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues en su conjunto constituyen la sabiduría humana. (p. 26)

Ahora bien, es importante realizar una diferenciación entre lo que se nombra como escenarios académicos y no académicos, ya que con ello podemos establecer algunas características del conocimiento matemático que se construye en cada uno y la relación entre ambos. Para comprender estos escenarios, Crespo (2007) nos dice lo siguiente:

> Consideramos escenarios académicos a los escolares y científicos, o sea a aquellos en los cuales el conocimiento científico es intencionalmente central, ya sea a través de actividades matemáticas de investigación o de enseñanza. En estos escenarios uno de los objetivos explícitamente planteados por sus actores es la construcción del conocimiento, en nuestro caso, el conocimiento matemático [...] En los escenarios no académicos, el conocimiento científico no es central de manera intencional, pero eso no significa que en ellos no se pueda construir y manejar este tipo de conocimiento, e incluso influir en la construcción de conocimiento que se lleve a cabo en un escenario académico. (p. 38)

Como vemos, un escenario no académico puede tener incidencia en la construcción del conocimiento que se desarrolle al interior de un escenario académico. Esto nos permite sustentar nuestra propuesta de traer el origami modular al aula como una técnica que se desarrolla en contextos y escenarios no académicos, y que al ser trasladada al escenario académico como una práctica social adquiere una intencionalidad didáctica que utilizaremos como herramienta para la construcción y desarrollo de conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos. De esta forma queremos permitir procesos de resignificación en un escenario de modelación.

Para este propósito hacemos uso del tipo de origami que se define como origami modular: "varios trozos de papel iniciales que se pliegan para formar unidades –módulos–, generalmente iguales, los cuales se ensamblan para formar una figura compleja" (Blanco y Otero, 2005, p. 2). Este, por su naturaleza, permite que se desarrolle un trabajo en equipo, en el cual cada uno de los integrantes deba elaborar uno de los módulos requeridos, para luego unirlos y construir la figura final. Lo anterior permite que los estudiantes vean que la matemática puede ser construida entre pares que tienen la posibilidad de discutir, comparar, valorar y establecer relaciones entre lo que están plegando y la figura final.

Un acercamiento metodológico

Desde la Ingeniería Didáctica fundamentamos nuestro proceso de investigación, haciendo consciente e intencional su doble función, es decir, desde el aula en cada acción que se genera para los procesos de enseñanza en relación con un objeto matemático de estudio, y como metodología de investigación específica. Artigue (1995) define y caracteriza la Ingeniería Didáctica:

> Como metodología de investigación, la Ingeniería Didáctica se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las "realizaciones didácticas" en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. Allí se distinguen por lo general dos niveles: el de la micro-ingeniería y el de la macro-ingeniería, dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación. (p. 36)

En este sentido, nuestra investigación se ubica en la micro-ingeniería, ya que se centra en un objeto de estudio específico –los poliedros platónicos– analizado al interior del aula de clase de una institución educativa específica.

Como investigación que recurre a la experimentación en clase, la nuestra se ubica "en el registro de los estudios de caso y cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori" (Artigue, 1995, p. 37)

La autora señala cuatro fases en la Metodología de la Ingeniería Didáctica: Fase 1, de Análisis preliminar; Fase 2, de Concepción y Análisis a Priori de las Situaciones Didácticas de la Ingeniería; Fase 3, de Experimentación; y Fase 4, de Análisis a Posteriori y Evaluación.

Alcaldía de Medellín

Fases de la metodología de la Ingeniería Didáctica

· **FASE 1:** Los Análisis Preliminares.

Se desarrolla "no solo en un cuadro teórico didáctico general y en los conocimientos didácticos previamente adquiridos en el campo de estudio, sino también en un determinado número de análisis preliminares" (Artigue, 1995, p. 38). Entre dichos análisis preliminares están, por ejemplo, el análisis epistemológico, las formas de enseñanza tradicional y las dificultades y obstáculos de un contenido. Esto se lleva a cabo teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación.

· FASE 2: La Concepción y el Análisis a Priori de las Situaciones Didácticas de la Ingeniería.

> El objetivo del análisis a priori es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de estas hipótesis está, en principio, indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la cuarta fase entre el análisis a priori y el análisis a posteriori. (Artigue, 1995, p. 45)

Este análisis a priori, como lo expresa la autora, "comprende una parte descriptiva y una predictiva, se centra en las características de una situación a-didáctica que se ha querido diseñar y que se va a tratar de llevar a los alumnos" (p. 45). En nuestra investigación se diseñan actividades a priori que están direccionadas desde las prácticas de modelación y la incorporación del origami modular en las prácticas de aula. En dichas actividades se describen aspectos relacionados con lo que se espera: la forma en que los estudiantes se enfrentan a las actividades, el trabajo en equipo, la manera en que emplean sus conocimientos previos, interpretan y ponen en uso nuevos saberes en torno a la experimentación, la predicción, la articulación y la analogía.

· FASE 3: Experimentación

En la fase de experimentación se pone en práctica la ingeniería y se realizan algunas actividades diseñadas en la unidad Didáctica con la muestra de estudiantes. En el caso de nuestra investigación, el docente investigador hace la recolección de datos a partir de las observaciones, fotos, videos y producciones de los estudiantes.

· FASE 4: Análisis a Posteriori y Evaluación

Esta es la última fase de la Ingeniería Didáctica, en la que se confrontan las observaciones, las producciones y los hallazgos realizados durante las sesiones de intervención en el aula con el a priori, es decir, con lo que se espera por parte del estudiante.

> Estos datos se completan con frecuencia con otros obtenidos de la utilización de metodologías externas, como cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, aplicadas en distintos momentos de la enseñanza o durante su transcurso. Y, como ya lo habíamos indicado, en la confrontación de los dos análisis, el a priori y a posteriori, se fundamenta en esencia la validación de las hipótesis formuladas en la investigación. (Artigue, 1995, p. 48)

En nuestra investigación, en el análisis a posteriori se describen y se muestran a través de imágenes los procesos y construcciones logradas por los tres equipos de trabajo con los cuales se aplicaron las actividades. Aquí se hace un correspondiente análisis a partir de la confrontación con el análisis a priori realizado y la teoría que sustenta nuestra investigación.

La población informante de esta investigación son 18 estudiantes del grado quinto de Básica Primaria de la I.E. José Eusebio Caro, institución de carácter público de la ciudad de Medellín, Colombia. El grupo lo conforman 10 niños y 8 niñas con edades entre los 10 y 12 años, los cuales fueron elegidos aleatoriamente sin importar su nivel de desempeño académico y fueron divididos en tres equipos, cada uno con seis integrantes, de la forma indicada en la Tabla 1.

Tabla 1. Distribución en grupos

EQ1	EQ2	EQ3
E1, E2, E3, E4, E5, E6	E7, E8, E9, E10, E11, E12	E13, E14, E15, E16, E17, E18

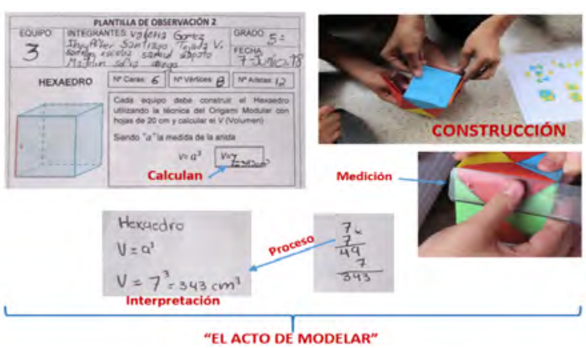
Fuente. Elaboración propia

El investigador retoma las fases y las profundiza durante el proceso de investigación, atendiendo a las necesidades observadas en la aplicación de las mismas.

A continuación se presentan algunos ejemplos del proceso de investigación realizado con los estudiantes del equipo número 3. El equipo logra la construcción del hexaedro gracias a la interpretación de la guía que se les entregó, siguiendo los pasos y realizando un trabajo en equipo. Sus integrantes logran identificar las características del hexaedro construido, como el número de caras, vértices y aristas. Interpretan la fórmula dada en la guía e identifican que la pueden relacionar con la forma de resolver ejercicios de potenciación. Miden la longitud de las aristas del hexaedro, que es de 7 cm, y sustituyen el valor en la fórmula, el cual multiplican tres veces –como una potenciación– para hallar el volumen del hexaedro construido. (343 cm^3). Ver Figura 2.

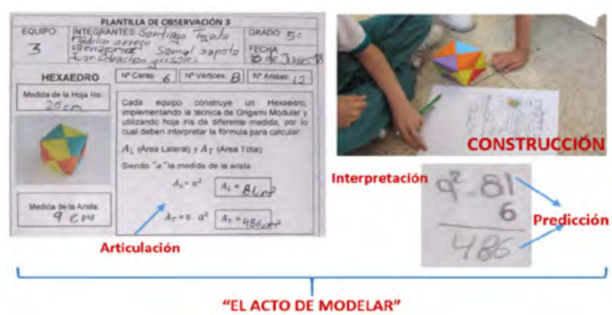
En el siguiente momento, el equipo evidencia que ha logrado apropiarse de los saberes adquiridos en la anterior actividad, en la que calcularon el volumen. Además, articulan dichos saberes con otros conceptos geométricos, en este caso para interpretar la fórmula de área lateral y área total del hexaedro. El equipo construyó un hexaedro más grande con hojas iris de 26 cm y utilizó la regla para medir las aristas de 9 cm. Los integrantes interpretaron la fórmula dada y realizaron el proceso para calcular el área lateral del hexaedro (81 cm^2) y su área total (486 cm^2). Ver Figura 3.

Figura 2. El acto de modelar, la predicción.



Fuente. Elaboración propia

Figura 3. La articulación de los modelos y el fenómeno en una red.



Fuente. Elaboración propia

Conclusiones

- Las resignificaciones de los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos se encuentran en los procesos que se generan en las prácticas intencionadas de modelación y predicción, y no en el objeto matemático como tal.

- Al implementar las actividades fundamentadas en la Socioepistemología, en las que el estudiante experimenta, predice, articula y transfiere el conocimiento matemático adquirido a través de las prácticas de modelación, se evidencian procesos de resignificación de los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos.

- Los hallazgos y las vivencias durante la aplicación de las actividades con los estudiantes del grado quinto nos muestran que sí se logra resignificar. Se evidencia mayor comprensión por el hecho de enfrentarse a situaciones concretas de modelación y predicción, interpretando y articulando los aprendizajes previos y los adquiridos durante la aplicación de cada uno de los momentos.

- El análisis de resultados del proceso de investigación es el insumo para un rediseño de la unidad didáctica que permita resignificar los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos en un escenario de modelación que incorpora el origami modular.

- La predicción y la modelación se constituyen en argumentos para resignificar los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos. Estos argumentos son construidos por los estudiantes durante la implementación de las actividades de predicción y modelación, y se evidencian en tres aspectos: la construcción de significados, de procedimientos y de procesos.

- Durante la implementación de las actividades se evidencia la resignificación de los conceptos geométricos de volumen, área lateral y área total del hexaedro, el cual es uno de los cinco poliedros platónicos.

- La Socioepistemología reconoce la construcción social del conocimiento matemático tanto en ámbitos escolares como no escolares. Por ello, plantea que los sistemas de enseñanza deben ser "rediseñables" y favorecer la re-significación continua. Para tal fin, articula las dimensiones didáctica, cognitiva, social y epistemológica para validar los saberes adquiridos por los estudiantes y su interacción con el maestro, el contexto y el saber. Resignificar los conceptos geométricos relacionados con los poliedros platónicos es validar las interpretaciones, relaciones, cálculos, predicciones, articulaciones y transferencias hechas durante el proceso, los cual se evidenció en el análisis a posteriori de las actividades aplicadas.

- Se logran vincular al aula los conocimientos geométricos y matemáticos adquiridos por los estudiantes de forma espontánea en sus contextos; estos se organizan y estructuran a partir de las relaciones establecidas en la interacción individual y grupal en cada momento propuesto. Desde estas particularidades, cada grupo logra articular sus saberes previos con los modelos construidos para transferirlos a una nueva situación de modelación. En este sentido, el conocimiento matemático adquirido pasa de ser un aprendizaje abstracto, memorístico y desarticulado, a ser un aprendizaje con significado que puede ser aplicado en un contexto porque ha sido explorado, modelado e interpretado.

- Nuestra intervención en el aula, durante el proceso de investigación, transformó nuestra manera de pensar y asumir la construcción del conocimiento matemático que se desarrolla con nuestros estudiantes. Hemos encontrado en la Socioepistemología un fundamento para hacer de las prácticas de aula situaciones funcionales y generadoras de conocimiento. Nuestro aporte a la institución es el diseño de una unidad didáctica que enriquece el currículo institucional y plantea una estructura que puede adaptarse a cualquier objeto geométrico de estudio y en diversos niveles de la educación.

Referencias

Arrieta, J. y Buendía, G. (2003). Diseño de situaciones desde una perspectiva de la actividad humana. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 16*(2), 735-740.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas sociales de modelación como procesos de matematización en el aula* (Tesis doctoral no publicada). Cinvestav, IPN, México.

Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *18*(1), 19-48.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En P. Gómez (Ed.). *Ingeniería Didáctica en la Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-59). Bogotá: Iberoamérica.

Bertel, J. y Barboza, J. (2014). Explorar y descubrir para conceptualizar: ¿qué es un poliedro? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 593-598.

Blanco, C. y Otero, T. (2005). Geometría con papel (papiroflexia matemática), Curso Interuniversitario Departamento de Matemáticas “Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas”. Universidade da Coruña e IES “Antonio Fraguas” de Santiago de

Compostela, Recuperado de: https://docplayer.es/7016441-Geometria-con-papel-papiroflexia-matematica.html

Blanco, H. (2009). *Representaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones* (Tesis de maestría no publicada). Instituto Politécnico Nacional, México.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.

Camacho, A. (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. *Revista de Educación Matemática*, *18*(1), 133-161.

Crespo, C. (2007). Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la Socioepistemología (Tesis doctoral no publicada). Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. México.

Huincahue, J. Morales, A. y Mena, J. (2016). Postura Científica de la Modelación Matemática y su impacto en la enseñanza aprendizaje. *Revista de Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, *1*(1), 461-472.

Montiel, G. y Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación Socio-epistemológica: ejemplos e ilustraciones. En A. Rosas y A. Romo (Eds.), *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones* (pp. 61- 88). México: Lectorum.

Morales, A., Mena, J., Vera, F. y Rivera, R. (2012). El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos físicos. *Enseñanza de las Ciencias*, *30*(3), 237-256.

Morales, A. y Rosas, L. (2016). Una propuesta para el desarrollo de modelos geométricos en las Educadoras de Párvulos. El caso del polígono. *Estudios Pedagógicos*, *42*(2), 247-267.

Pezoa, M. y Morales, A. (2016). El rol de la modelación en una situación que resignifica el concepto de función. *Revista electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, *11*(2). Recuperado de: http://ppct.caicyt.gov.ar/index.php/reiec/article/view/7620/9122

Rojas, J. (2014). *Estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría del hexaedro* (Tesis de maestría no publicada). Universidad Nacional de Colombia. Medellín: Colombia.

Royo, J. (2002). Matemáticas y papiroflexia. *Sigma* (21), 174-192.